

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CONSTANȚA

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
Etapa locală – Constanța, 18 februarie 2012

Clasa a XII a

Subiectul 1

Fie mulțimea $G = \{f_a: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} | f_a(x) = ax + 3 - 3a, a \in \mathbb{R}^*\}$.

- Să se arate că oricare ar fi $g, h \in G$ avem $g \circ h \in G$.
- Să se arate că G este grup în raport cu operația de compunere a funcțiilor.
- Să se determine toate elementele de ordin finit ale grupului G .

GM

Subiectul 2

Fie $g, h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derivabile cu derivata continuă, astfel încât $A \cap B = \emptyset$ unde $A = \{x \in \mathbb{R} | g(x) = 0\}$ și $B = \{x \in \mathbb{R} | h(x) = 0\}$. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție.

- Demonstrați echivalența: f admite primitive $\Leftrightarrow f \cdot g$ și $f \cdot h$ admit primitive.
- Echivalența de la punctul a) rămâne adevărată dacă $A \cap B \neq \emptyset$?

Prof. Nelu Chichirim

Subiectul 3

Calculați:

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\operatorname{arctg} x}{\operatorname{arctg} \frac{1}{2x^2 - x + 2}} dx$$

Gabriel Iorgulescu

Subiectul 4

Fie $f: [0,3] \rightarrow \left[0, \frac{1}{2}\right]$, f continuă. Arătați că:

$$\int_0^3 f(x) \sqrt{1 - 2f(x)} \leq \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Prof. Gabriela Constantinescu

Notă:

Timp de lucru 3 ore. Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7. Nu se acordă puncte din oficiu.